

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El alumno debe responder a una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

A.1 Sean a un número real y el sistema lineal

$$\begin{cases} ax + y + z = 1, \\ x + ay + z = a, \\ x + y + az = a^2. \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos) Calcule el determinante de la matriz de los coeficientes y determine para qué valores de a el sistema anterior es incompatible, compatible determinado y compatible indeterminado.
- b) (1 punto) Resuelva el sistema anterior en el caso $a = 0$.

A.2 (2,5 puntos) Calcule la siguiente integral indefinida

$$\int \frac{x^2 + 11x}{x^3 - 2x^2 - 2x + 12} dx.$$

- A.3 a) (0,75 puntos) Descomponer el número 12 en dos sumandos positivos de forma que el producto del primero por el cuadrado del segundo sea máximo.
- b) (1 punto) Hallar el valor de k para que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} + kx}{x - \operatorname{sen}(x)} = 2.$$

- c) (0,75 puntos) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función real de variable real, continua y derivable en la recta real. Supongamos que $f(0) \neq 0$ y $f(x+y) = f(x)f(y)$ para todo número real x, y . Demostrar que $f(0) = 1$; $f(x) \neq 0$; $f(x) > 0$ y $f'(x) = f'(0)f(x)$ para todo número real x .

A.4 a) (1 punto) Hallar el plano que contiene a la recta v de ecuación paramétrica

$$v: (2, 1, 3) + t(2, 1, 0),$$

y es perpendicular al plano de ecuación $x + z = 2$.

- b) (1,5 puntos) Probar que los vectores $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ forman una base de \mathbb{R}^3 y dar las coordenadas del vector $(1, -2, 0)$ en la base anterior.

OPCIÓN B

B.1 a) (1,5 puntos) Compruebe que la matriz M es inversible y calcule su inversa, donde

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

b) (1 punto) Encuentre las matrices A y B que cumplen las siguientes ecuaciones

$$8A - 5B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}, \quad 2A - B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

B.2 a) (1,5 puntos) Calcule la siguiente integral indefinida

$$\int \cos(\ln(x)) dx.$$

(Ayuda: realice un cambio de variable adecuado para esta integral).

b) (1 punto) Calcule el límite siguiente

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+3} \right) \ln \left(\frac{x+5}{x-1} \right).$$

B.3 Sea f la función de variable real definida mediante la expresión

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

- a)** (0,5 puntos) Determine el dominio de continuidad, simetrías, corte con los ejes, y asíntotas de la función f .
- b)** (1 puntos) Calcule, si existen, los extremos relativos y absolutos, e intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
- c)** (0,5 puntos) Calcule, si existen, los puntos de inflexión de f .
- d)** (0,5 puntos) Dibuje la gráfica de f .

B.4 Sea el haz de planos de ecuación

$$(1 + \lambda)x - y - \lambda z = 0,$$

con parámetro real λ .

- a)** (0,5 puntos) Hallar los planos del haz que pasan por el punto $P = (1, 1, 1)$.
- b)** (1 punto) Hallar los planos del haz cuya distancia al punto $Q = (3, -2, 1)$ es $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- c)** (1 punto) Hallar los planos del haz que cumplen, que el ángulo que forman con el eje OY tiene por seno el valor $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

- 1) Se corregirán todas las preguntas, puntuando según los criterios siguientes y siempre favoreciendo al alumnado.
- 2) Opción A, ejercicio 3. Si no se ha resuelto, el apartado A3(c), se duplicara la puntuación conseguida del apartado A3(a). Si se ha resuelto el apartado A3(c) y no el A3(a), se duplicara la puntuación del A3(c). Si se han resuelto dos de los tres apartados de A3, se conseguirá la puntuación máxima de A3.
- 3) Opción A y Opción B. La nota del alumno sobre 10 se obtiene con la suma de las tres mejores notas de las preguntas A1, A2, A3, A4 o B1, B2, B3, B4 y dividiendo por 7,5.

Normas generales

Se sugiere una corrección acumulativa de puntos, sumando puntos por las aciertos que el alumno vaya obteniendo.

Se valorará la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas, así como su comprobación si esta es posible.

Si al operar el alumno comete un error numérico, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestara especial atención, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.

A continuación se señala una puntuación orientativa de cada apartado, señalando las puntuaciones máximas de cada apartado.

OPCION A

A.1

- a) (1,5 puntos) Cálculo del determinante (**0,25**); cálculo de las raíces (**0,25**); discusión de los casos: argumentación teórica (**0,25**) + comprobación en cada caso (**0,25 + 0,25 + 0,25**).
- b) (1 punto) Planteamiento (**0,25**); resolución (**0,75**). Se valorará positivamente si se comprueba el resultado.

A.2

(2,5 puntos) Factorización del denominador (**0,5**); descomposición en fracciones simples (**0,5**); cálculo de las 3 integrales ((**0,25**) + (**0,5**) + (**0,5**)); constante de integración (**0,25**).

A.3

- a) (0,75 puntos) Planteamiento (**0,25**); resolución (**0,5**). Se valorará positivamente si se comprueba el resultado.
- b) (1 punto) Si aplican L'Hôpital, ((**0,5**) + (**0,5**)); si aplican equivalencias, ((**0,5**), numerador + (**0,5**), denominador).
- c) (0,75 puntos) Probar que $f(0) = 1$ (**0,25**); $f(x) \neq 0$; $f(x) > 0$ (**0,25**); $f'(x) = f'(0)f(x)$ (**0,25**).

A.4

- a) (1 punto) Planteamiento teórico (**0,25**); identificar elementos de la recta v y del plano dado (**0,25**); resolución (**0,5**).
- b) (1,5 puntos) Planteamiento teórico (**0,25**), sistema libre o generador (**0,5**). Coordenadas (**0,75**).

OPCION B

B.1

a) (1,5 puntos) Cálculo de $|M|$ (0,5); cálculo de M^{-1} , (1). Se valorará positivamente si se comprueba el resultado.

b) (1 punto) Cálculo de A , (0,5); cálculo de B , (0,5). Se valorará positivamente si se comprueba el resultado.

B.2

a) (1,5 puntos) Planteamiento del cambio de variable adecuado (0,5); aplicación de partes (0,75); deshacer cambio de variable y constante de integración (0,25).

b) Identificación del límite tipo número e (0,25); Resolución (0,75).

B.3

a) (0,5 puntos) Dominio de continuidad y simetrías (0,25); corte con los ejes, y asíntotas de la función (0,25).

b) (1 puntos) Discusión de extremos relativos (0,5); absolutos (0,25), e intervalos de crecimiento y decrecimiento (0,25).

c) (0,5 puntos) Cálculo de f'' (0,25); identificación de puntos de inflexión (0,25).

d) (0,5 puntos) Por cada dos fallos, se descuenta (0,25).

B.4

a) (0,5 puntos) Se califica con (0) ó (0,5).

b) (1 punto) Planteamiento ó fórmula (0,25); resolución (0,75).

c) (1 punto) Planteamiento ó fórmula (0,25); resolución (0,75).